JDROM 2016

Recueil des résumés

des Journées Doctorales de Recherche Opérationnelle et Management

23-24 Novembre 2016

جامعة هواري بومدين للعلوم والتكنولوجيا
U S T H B

AMCD&RO

LaROMaD

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumédiène

Laboratoire d'Aide Multicritère à la Décision et Recherche Opérationnelle

Laboratoire de Recherche Opérationnelle et Mathématiques de la Décision

Faculté de Mathématiques

Département de Recherche Opérationnelle

Programme du Mercredi 23 Novembre 2016, Salle de Conférences, Bâtiment Bibliothèque

Ouverture : 09h00-09h30

Session 1 : 09h30-10h50

- **Hayet Issaadi & Hacène Aït Haddadène**, Coloring Locally Split Graphs.
- **Hilal Touati & Ahmed Semri**, Sur les codes identifiants dans les graphes tournois.
- **Yamina Bekhti & Méziane Aïder**, Domination positive dans les graphes .
- **Lamia Aoudia & Méziane Aïder**, Les forêts d'étoiles: une étude polyédrique.

Pause 1 : 10h50-11h10

Session 2 : 11h10-12h30

- **Zhor Chergui & Moncef Abbas**, Zhor Chergui & Moncef Abbas, TOPSIS-Nadir method for Group Decision Makers.
- **Samira Bokhari & Méziane Aïder**, Robust Multiobjective Portfolio Optimization.
- **Nadia Lachemi & Djamal Chaabane**, Méthode de Bazgan et al. pour la résolution du problème de sac à dos multiobjectif en 0/1,
- **Ilhem Azzi & Méziane Aïder**, Le problème du p-médian multiobjectif.

Pause 2 : 12h30-14h20

Session 3 : 14h20-15h20

- **Wissem Achour & Djamal Chaabane**, Solving some Invariant of Numerical Semigroups using Optimization techniques.
- **Salah Eddine Messekher & Mustapha Moulaï**, Contribution à l'optimisation non linéaire.
- **Said Ouznadji & Djamal Chaabane**, New approach to spectral subtraction method for optimization of speech signal enhancement.

Clôture : 15h20-15h50

A propos des journées

Présentation

Les Journées Doctorales de Recherche Opérationnelle et Management JDROM'2016, ont pour vocation de réunir, de manière régulière, l'ensemble des doctorants de la formation doctorale Recherche Opérationnelle et Management pour faire le point sur l'état d'avancement de leurs projets de thèses. Elles sont prévues pour les 23 et 24 novembre 2016. Leur objectif est également de permettre à ces jeunes doctorants de profiter de la présence de conférenciers et chercheurs seniors invités ou des laboratoires AMCD&RO et LaROMaD pour engager des discussions autour de leurs problématiques de recherche et bénéficier ainsi de l'expérience de ceux-ci.

Thèmes

Les thèmes de ces journées englobent l'ensemble des sujets de recherche des laboratoires LaROMaD et AMCD&RO, dont :

- **Théorie des Graphes :** problèmes métriques, problèmes de routage, de coloration, de codes, de graphes parfaits, de stables, d'hamiltonicité, produits de graphes, ...
- **Optimisation :** discrète, stochastique, mono et multi-objectif, ...
- **Aide multicritère à la décision**,
- **Logistique et ordonnancement**,
- ...

Public visé

Cette conférence s'adresse en premier lieu aux jeunes chercheurs en Recherche Opérationnelle et principalement aux doctorants et aux magistérants dont le sujet de recherche s'inscrit dans l'un des thèmes ci-dessus. Elle est, de plus, ouverte à toute personne souhaitant découvrir une partie de l'activité scientifique des Laboratoires AMCD&RO et LaROMaD.

Comité de pilotage

Abbas Moncef, Aïder Méziane (président des journées), Aït Haddadène Hacène, Benméziane Zineb, Chaabane Djamal, Khelladi Abdelkader, Moulaï Mustapha, Ouafi Rachid, Semri Ahmed.

Table des matières

Résumés des communications

Solving some Invariant of Numerical Semigroups using Optimization techniques

Wissem Achour & **Djamal Chaabane**

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire AMCD & RO.

wissem_achour16@yahoo.com & chaabane dj@yahoo.fr

Abstract : In this work, we are interested in the numerical semigroups that are widely used in theoretical and practical purposes, particularly, in geometric algebra and factorization theory problems. We focus on studying some important invariant of numerical semigroups such as omega invariant, catenary degree and Frobenius number, that are difficult to solve using algebraic techniques. These invariant can be modeled as optimization problems (optimization over Pareto- optimal solutions set of a multiple objective integer linear programming problem) and solved more efficiently using recent developed optimization techniques.

Key words : Numerical semigroups, Omega invariant, Frobenius number, Multiobjective optimization, Global optimization, Integer optimization.

MSC(2010) : 90C27.

Vos notes

Les forêts d'étoiles: une étude polyédrique

Lamia Aoudia & **Méziane Aïder**

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire LaROMaD.

laoudia@usthb.dz & m-aider@usthb.dz

Résumé : Soit $G = (V, E)$ un graphe simple non orienté où chaque arête de E possède un poids w_e. Une étoile de G est soit un sommet isolé ou un sous-graphe de G où toutes les arêtes sont incidentes à un sommet commun. Une forêt d'étoiles est une collection d'étoiles sommet-disjointes dans G. Le poids d'une forêt d'étoiles est la somme des poids sur toutes ses arêtes. Dans ce travail nous nous intéressons au problème de forêts d'étoiles couvrantes de poids maximum noté (MWSFP) dans G. Nous présentons une étude polyédrique de MWSFP. En effet, nous nous focalisons sur la structure faciale du polytope des forêts d'étoiles que nous notons $SFP(G)$, qui est l'enveloppe convexe des vecteurs d'incidence des forêts d'étoiles de G.

Mots clés : Forêts d'étoiles, absorbant, approche polyédrique

MSC(2010) : 90C06.

1. Préliminaires et position du problème

Soit $G = (V, E)$ un graphe non orienté, sans boucle ni arête multiple. *Une étoile* est un graphe, où un sommet est incident à toutes les arêtes du graphe (un graphe de diamètre au plus 2). *Une forêt d'étoiles* est un sous-graphe où chaque composante connexe est une étoile. *Une forêt d'étoiles couvrante* est un sous-graphe de G qui est une forêt d'étoiles couvrant tous les sommet de G. Notons qu'une forêt d'étoiles peut comprendre des sommets isolés. Soit un graphe connexe où l'on associe à chaque arête un poids positif $w(e)$. Le poids d'une forêt d'étoiles F est la somme des poids sur les arêtes de F. Nous nous sommes intéressés au problème de forêts d'étoiles couvrantes de poids maximum. Comme les sommets isolés forment des étoiles, une forêt d'étoiles peut être étendue vers une forêt d'étoiles couvrante sans augmenter le poids de cette dernière. Nous nous focalisons ainsi sur l'étude du problème des forêts d'étoiles de poids maximum noté $MWSFP$. Un concept étroitement lié aux forêts d'étoiles dans les graphes est celui d e*l'ensemble absorbant*. Etant donné un graphe G un sous-ensemble de sommets $D \subseteq V$ est dit absorbant si, pour tout sommet $v \in V - D$, il existe au moins un sommet $u \in D$ qui lui soit adjacent.

Notons qu'à partir de l'ensemble absorbant, on peut construire plusieurs forêts d'étoiles de même taille (nombre d'arêtes).

Inversement, étant donné une forêt d'étoiles F de taille k dans G, les centres des étoiles de F forment un absorbant qui contiendrait $n - k$ sommets.

En effet, trouver une forêt d'étoiles couvrante de poids maximum pour un graphe G est équivalent à déterminer un absorbant de poids minimum.

Pour un graphe quelconque, le problème de l'absorbant de poids minimum est NP-difficile. Ainsi Nguyen et al. [2] ont montré que le problème $MWSFP$ est NP-difficile, déjà dans le cas où G est non pondéré. Néanmoins, il existe des classes de graphes où l'on connaît des algorithmes linéaires pour la résolution de ce problème. Citons les arbres et les cactus [4].

Peu de choses sont connues en ce qui concerne la formulation mathématique des forêts d'étoiles, et encore moins concernant l'étude polyédrique de ce problème. Le premier travail initié est celui de Nguyen [3] où l'on découvre une formulation linéaire en nombres entiers. Dans le même papier, l'auteur s'intéresse à la structure faciale du problème que nous allons investiguer et approfondir.

Soit $G = (V, E)$ un graphe $|V| = n$, $|E| = m$, le line graphe de G est un graphe $H = (V', E')$ dont les sommets sont les arêtes de G, et deux sommets de H sont adjacents si les arêtes leur correspondant sont adjacentes dans G. Etant donné un ensemble de sommets $S \subseteq V$, $E(S)$ dénote l'ensemble des arêtes qui ont les deux extrémités dans S. Soit $v \in V$, le voisinage de v noté $N(v)$ est l'ensemble des sommets comprenant v et ses voisins. Soit $\mathcal{P}_4$ (resp. $\mathcal{C}_3$) la collection des chemins (resp. cycles) de longueur 3. Une forêt d'étoiles F est un graphe sans cycle ni chemin de longueur 3. Soit $x^F \in \mathbb{R}^{|E|}$ le vecteur d'incidence d'une forêt d'étoiles, défini comme suit : $x^F(e) = 1$ si $e \in E$ et $x^F(e) = 0$ si $e \notin E$.

Soit $S = \{x^F \in \{0,1\}^{|E|}|\text{F est une forêt d'étoiles de } G\}$.Soit $SFP(G)$ l'enveloppe convexe des forêts d'étoiles de G. Nguyen dans [3] a formulé le problème $WSFP(G)$ comme suit :

$$\begin{cases} \max \sum_{e \in E} w_e x(e) & & & & & \\ \qquad\qquad 0 & \leq & x(e) & \leq & 1 & \forall\, e \in E \quad (1) \\ & & x(P) & \leq & 2 & \forall\, P \in \mathcal{P}_4 \quad (2) \\ & & x(C) & \leq & 2 & \forall\, C \in \mathcal{C}_3 \quad (3) \\ & & x(e) & \in & \{0,1\} & \forall\, e \in E \quad (4) \end{cases}$$

Il est montré dans [3] que toute solution réalisable du programme linéaire en nombres entiers ci dessus définit une forêt d'étoiles. Et, tout vecteur d'incidence d'une forêt d'étoiles vérifie toutes les contraintes du programme linéaire en nombres entiers ci dessus.

Ainsi, $S = \{x \in \mathbb{R}^{|E|}, x \text{ solution de } (1) - (4)\}$.

Soit $P(G)$ le polyèdres défini par les inégalités (1)-(3): $P(G) = \{x \in \mathbb{R}^{|E|}, x \text{ vérifie } (1) - (3)\}$.

Nous nous intéressons à la question suivante:

"Peut en trouver un programme linéaire équivalent au PLNE associé au $WSFP(G)$? Dans quels cas ?"

2. Contributions

Il est clair que $P(G) \neq conv(S)$ et ceci est vrai même dans le cas de graphes simples tels que les arbres et les cycles. Ceci nous conduit vers la recherche de contraintes nécessaires à la description du polyèdre des forêts d'étoile.

2.1 De nouvelles inégalités définissant des facettes

Dans [3] Nguyen introduit une classe d'inégalités définissant des facettes pour le polytope $SFP(G)$, dites inégalités de cycle.

$$x(E(C)) \leq \lfloor \frac{2|C|}{3} \rfloor \quad (5)$$

où $|C| \geq 4$ et $|C|$ n'est pas un multiple de 3. Dans ce qui suit nous présentons une nouvelle classe définissant des facettes pour le polytope $SFP(G)$ appelée les inégalités de matching-cycle. Pour ce faire, nous avons besoin d'une notation spécifiée.

Soit $C = \{1, 2, \ldots, n\}$ un cycle avec n sommets $1, 2, \ldots, n$, numérotés dans le sens des aiguilles d'une montre, et n arêtes $e_i = (i, i+1)$ pour $i = 1, \ldots, n-1$, et $e_n = (n, 1)$. Soit $\mathcal{C}$ une collection des cycles C dans G. On note $C(u, v)$ l'ensemble des arêtes entre u et v dans le sens des aiguilles d'une montre. Soit $W = w_1, w_2, \ldots, w_p$ un sous-ensemble de p sommets avec p impair et $p \geq 3$, où $|C(w_j + 1, w_{j+1})| = 3k_j$ avec $k_j \geq 1$ pour $j = 1, \ldots, p$. Soit $\mathcal{W}$ une collection de tous les sous-ensembles de sommets W défini ci-haut. Soit $m_j = (w_j, w_j + 1)$ pour $j = 1, \ldots, p$ et soit $E(W) = m_1, m_2, \ldots, m_p$.

Ainsi on définit les inégalités de matching-cycle comme suit:

$$x(E(C)) + x(E(W)) \leq 2\sum_{i=0}^{p-1} k_i + \lfloor \frac{3p}{2} \rfloor, \forall\, C \in \mathcal{C}, \forall\, W \in \mathcal{W} \quad (6).$$

Théorème 1 *Les inégalités du matching-cycle définissent des facette pour le polytope forêts d'étoiles pour p impair.*

Le nombre d'inégalités de matching-cycle est exponentiel, mais nous montrons que celles-ci peuvent être séparées en temps polynomial.

Théorème 2 *Les inégalités du matching-cycle peuvent être séparées en temps polynomial.*

Les inégalités rajoutées ci-dessus et montrées essentielles pour la description du polyèdre des forêts d'étoiles nous permettent de donner une description complète du $SPF(G)$ quand G est un cycle.

Théorème 3 *Lorssque G est un cycle, $SFP(G)$ est complètement décrit par les inégalités triviales* (1)*, les inégalités de 3 chemin* (2)*, les inégalités du cycle* (5) *et les inégalités du matching-cycle* (6).

Références

[1] A. R Mahjoub. Polytope des absorbants dans une classe de graphes à seuil. *Annals of Discrete Mathematics*, Numéro: 17 (1983) pp. 443-452.

[2] C. T. Nguyen, J. Shen, M. Hou, L. Sheng, W. Miller, L. Zhang. Approximating the spanning star forest problem and its applications to genomic sequence alignment. *SIAM Journal of Computing.* 38(3), 946-962, 2008.

[3] V. H. Nguyen. The maximum weight spanning star forest problem : polyhedral and algorithmic results on trees and cycles. *technical report.* (JPOC2013).

[4] V. H. Nguyen. The maximum weight spanning star forest problem on cactus graphs. *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications.* Vol. 07, No. 02, 2015

Vos notes

Le problème du p-médian multiobjectif

Ilhem Azzi & **Méziane Aïder**

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire LaROMaD.

azziilham@hotmail.com & m-aider@usthb.dz

Résumé : Dans cette communication, nous considérons le problèmes du p-médian qui consiste à localiser p sites parmi un ensemble de m sites, pour construire des dépôts destinés à approvisionner un ensemble de clients, qui minimise simultanément deux ou plusieurs fonctions objectifs. Dans le cas le plus classique et le plus simple, le coût de construction des dépôts et le coût d'approvisionnement des clients respectivement sont à minimiser.

Mots clés : Optimisation multiobjectif, méthodes exactes, métaheuristique, problème p-médian.

MSC(2010) : 90B50, 90C27.

1 Introduction

La recherche opérationnelle en matière de localisation d'activités a été l'une des préoccupations majeures pour beaucoup de champs d'applications. En particulier, en ce qui concerne la localisation de points de vente ou de services ou même d'entrepôts [3].

Ce problème lié à un réseau discrétisé bien identifié est classiquement connu sous le nom de **problème du p-médian**. Il trouve son origine au début du XXème siècle dans les réflexions d'Alfred Weber sur la meilleure manière de placer un centre de production relativement aux sources de matières premières.

Le modèle le plus classique et le plus simple consiste à déterminer les localisations pour la construction d'un ensemble de p dépôts sur m sites, devant approvisionner n clients. Sachant que le coût de construction du dépôt sur le site j est c_j et que le coût d'approvisionnement du client i à partir du site j est d_{ij}, il s'agit de localiser les sites, où seront construits les dépôts, qui minimisent le coût total d'approvisionnement. Sa formulation mathématique se présente comme suit [3] :

$$(P)\begin{cases} \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij}, & & & \\ & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} x_{ij} & = & 1 & i=1,\dots,m \\ & x_{ij} & \leq & y_j & i=1,\dots,m, j=1,\dots,n \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n} y_j & & = & p, & \\ y_i \quad , & x_{ij} & \in & \{0,1\} & i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n \end{cases}$$

où :

- c_j : coût de construction du dépôt sur le site j ;
- d_{ij} : coût d'approvisionnement client i à partir du site j ;
- p : nombre de dépôts à construire.

L'analyse du modèle mathématique du problème posé montre qu'on est en présence d'un problème linéaire.

2 Méthodes de résolution

De nombreuses méthodes d'optimisation, exactes, heuristiques et métaheuristiques, ont contribué à la résolution du problème p-médian. Pour clarifier la signification de ces termes, nous passerons en revue le principe de mise en œuvre de quelque méthodes [3] :

Résolution par les multiplicateurs de Lagrange : une méthode de résolution appartenant aux algorithmes de construction, plus classique mais moins performante, est représentée par les contraintes du p-médian relaxées à l'aide des multiplicateurs de Lagrange. Elle permet de transformer un problème avec contraintes en un problème sans contraintes (appliquées à la relation (2) de la formulation générale du problème p-médian) [3].

Algorithme flou : il consiste à localiser les activités sur le réseau une par une, puis à utiliser une procédure de voisinage ou de substitution pour optimiser les localisations [3].

Algorithmes génétiques : ils se fondent sur la théorie générale de l'évolution de Darwin. Le codage d'un modèle p-médian est une succession binaire de 0 et 1 correspondant à l'absence ou à la présence d'un point de vente dans la liste des nœuds du réseau. La fonction objectif du problème du p-médian cherche à minimiser la quantité :

$$\sum_i \sum_j d_{ij} x_{ij}$$

La sélection déterminera les individus de la génération suivante. On utilise assez souvent la roue de Goldberg qui consiste à tirer les solutions sur une roue de loterie sur laquelle les individus sont représentés sur une surface proportionnelle à leur optimalité. Les individus les plus forts passent à l'étape de croisement et de mutation.

Le nombre maximal de générations correspond au nombre d'itérations que l'on se fixe pour stopper la procédure [3].

Nous allons présenter quelques exemples non exhaustifs illustrant ces recherches :

- Karelkina [4] propose une méthode interactive qui permet de déterminer les préférences du décideur vis-à-vis d'un compromis entre trois objectifs au cours de l'optimisation.
- Ramadan [6] présente une méthode hybride basée sur la recherche de dispersion et le recuit simulé pour résoudre les problèmes multiobjectif.

- Arroyo et. al [1] combinent entre l'Algorithme Génétique Multi Objectif (MOGA) avec chemin relié qui retourne l'ensemble des solutions non dominés.
- Nascimento et. al [5] proposent une hybridation entre deux méthodes : la relaxation lagrangienne et l'heuristique recherche locale.
- Arroyo et. al [2] présentent le problème du p-médian bi-objectif résolu par une méthode hybride à l'aide d'une procédure gloutonne aléatoire et la recherche locale.

3 Conclusion

Dans ce document, nous avons présenté le problème du p-médian. Ensuite, nous avons abordé et présenté quelques méthodes de résolution relatives au problème du p-médian mono et multi-objectif.

Dans cette perspective, nous envisageons d'approfondir ces méthodes, pour pouvoir en concevoir une que nous appliquerons et que nous leur comparerons.

Références

[1] J. E. C. Arroyo, P. M. dos Santos, M. dos Santos Soares, A. G. dos Santos. A Multi-Objective Genetic Algorithm with Path Relinking for the p-Median Problem. *IBERAMIA* 70-79, 2010.

[2] J. E. C. Arroyo, P. M. dos Santos, M. dos Santos Soares, A. G. dos Santos. A Multi-Objective Genetic Algorithm with Path Relinking for the p-Median Problem. *IBERAMIA*. 70-79, 2010.

[3] J. Baray. *Géomarketing : localisation commerciale multiple*, Thèse de Doctorat, Université de Rennes I, Francee, 2002.

[4] O. Karelkina. An interactive approach to solve multicriteria median location problem. *TUCS Technical Reports*, 1053, TUCS, 2012.

[5] M. C. V. Nascimento, F. M. B. Toledo, A. C. P. L. F. de Carvalho. A hybrid heuristic for the k-medoids clustering problem. *GECCO* 417-424, 2012.

[6] A. Z. Ramadan. A Hybrid SS-SA Approach for Solving Multi-Objective Optimization Problems. *European Journal of Scientific Research*, Vol.121 No.3, 2014, pp.310-320.

Vos notes

Domination positive dans les graphes

Yamina Bekhti & Méziane Aïder & Hamamache Kheddouci

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire LaROMaD.

ybekhti@usthb.dz & m-aider@usth.dz & hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr

Résumé : Nous nous intéressons à l'étude d'identification et sélection d'un sous-ensemble d'objets parmi une collection d'objets donnée. À cet effet nous abordons la notion d'ensemble dominant positif à laquelle est associé un paramètre de graphe qui s'adapte aux problèmes sociaux et qui permet de les traiter par le des réseaux sociaux en ligne.

Mots clés : Ensemble dominant positif, réseaux sociaux en ligne, problèmes sociaux, ensemble dominant de poids positif.

MSC(2010) : 05C69, 05C76.

1 Introduction

Pour certains cas de problèmes réels ramenés à la théorie des graphes, la notion classique de domination s'avère insuffisante.

Par exemple, si nous nous intéressons à la sélection d'individus pour participer à un programme d'éducation contre la dépendance à la drogue, il ne suffit pas seulement de prendre un ensemble d'individus pour y participer mais aussi de choisir des personnes qui influenceront positivement l'ensemble de tout le groupe d'individus.

2 Notions de domination

Etant donné un graphe $G = (V, E)$, un ensemble D de sommets de G est dit ensemble dominant si tout sommet de $V \setminus D$ possède un voisin dans D.

Domination positive

Un ensemble dominant positif est un sous-ensemble P de sommets dans G, si chaque sommet u dans $V - P$ est dominé par au moins $\rho d(u)$ sommets dans P, où:

ρ: appelé facteur d'influence et est $0 < \rho < 1$, (souvent $\rho = 0.5$).

Autrement dit,

$$|N(u) \cap P| \geq \rho d(u), |N(u) \cap P| \geq \rho d(u).$$

Le problème s'écrit comme suit :

Dom Pos : Recherche d'un ensemble dominant positif ————-

Données : Un graphe non orienté G.;
Résultat : Un ensemble P dominant positif dans G, de cardinal minimum.

Domination positive totale TPIDS

Un ensemble dominant positif total est un sous-ensemble T de sommets dans G, si chaque sommet u dans V est dominé par au moins $\rho d(u)$ sommets dans T.

Autrement dit,

$$|N(u) \cap V| \geq \rho d(u).$$

Le problème s'écrit comme suit :

DOM POS : Recherche d'un ensemble dominant positif total ————-

Données : Un graphe non orienté G.;
Résultat : Un ensemble P dominant positif total dans G, de cardinal minimum.

Domination positive pondérée

Soit $G = (V, A, w)$ un graphe orienté pondéré, où w est une application poids (réels) des arcs.

Un ensemble dominant de poids positif est un sous-ensemble P de sommets dans G, tel que :

$$\forall u \in V \setminus P, \sum_{v \in N^-(u)} W(u,v) \geq 0,$$

où:

$N^-(u) = \{v/(v,u) \in A\}$: ensemble des voisins entrants du sommet u,

et:

$$\begin{array}{rl} \text{w(u,v)} \in [-1, 0] & \text{si le sommet } u \text{ a une influence négative.} \\ \text{w(u,v)} \in [0, 1] & \text{si le sommet } u \text{ a une influence positive.} \end{array}$$

Le problème s'écrit comme suit :

DOM POS : Recherche d'un ensemble dominant de poids positif ————-

Données : Un graphe orienté valué G.;
Résultat : Un ensemble P dominant de positif dans G, de cardinal minimum.

3 Complexité

Par des L-réductions à partir de problèmes de couvertures de graphes cubiques, il a été démontré que les problèmes de domination positive sont APX-difficiles.

4 Conclusion

De nombreux problèmes sociaux sont apparus sur les réseaux sociaux en ligne (Facebook, Twitter, MySpace, ...), tels que la dépendance des internautes aux jeux videos en ligne. Dans notre travail de recherche, nous nous intéressons à l'étude de ce paramètre (domination positive) sur cette catégorie de problèmes.

Références

[1] F. Wang, E. Camacho, and K. Xu. Positive influence dominating set in online social networks. *Combinatorial Optimization and Applications*, 313–321, 2009.

[2] F. Wang, H. Du, E. Camacho, K. Xu, W. Lee, Y. Shi, and S. Shan. On positive influence dominating sets in social networks. *Theoretical Computer Science*, 412(3): 265-269, 2011.

Vos notes

Robust Multiobjective Portfolio Optimization

Samira Bokhari & **Méziane Aïder**

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire LaROMaD.

sbokhari@usthb.dz & m-aider@usth.dz

Abstract : The portfolios optimization are widely studied because of their real-world applications in finance and banking. It is the process of choosing the proportions of various assets to be held in a portfolio, in such a way as to make the portfolio better than any other according to some criteria. In this paper we are interested on the robust multiobjective portfolio optimization problems. The proposed optimization model simultaneously optimizes portfolio risk and returns for investors, where we assume that the market parameters are uncertain. The approach we use here rests on the taking into account of the worst-case criteria to combate the sensitivity of the optimal portfolio linked to uncertain market parameters. For solving this problem we opt for NSGA-II and SPEA-II, multi-objective genetic approach and we use the Performance Indicator ($\overline{I}_H$) to define which approach is more robust.

Key words : Robust Optimization, Multiobjective portfolio optimization, Worst-Case Criteria, NSGA-II, SPEA-II, Diffrence Hypervolume Performance Indicator.

MSC(2010) : 90C29, 90C59,90C27, 90B50

1 Introduction

The aim of this paper is to present how to formulate and solve the Multiobjective portfolio optimization problems under uncertainty[**?**][**?**], we propose alternative deterministic models that are robust to parameter[**?**]. The perturbations in the market parameters are modeled as unknown, but bounded, and we take the pessimistic view of robustness and look for a solution that has the best performance under its worst case.to find the robust efficient frontier we are opting for the multi-objective genetic approach NSGA-II (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm)[1][4] which has the advantage of simultaneously take into account two crucial criteria for the optimization methods that are intensification and diversification, using as metric respectively elitism and the distance crowding. And as a comparative approach was chosen genetic evolutionary algorithm SPEA-II (Strength Pareto Evolutionary Algorithm)[**?**] which is based on the use of a record represented by an external force A_t of size $N_{archive}$. This fixed-size package is designed to contain a limited number of non-dominated solutions. The classification of individuals is based on the principle of dominance over the value of Strength $S(i) = |j : j \in P_t \cup At; i < j|jfj$. To define each method NSGA-II or SPEA-II is the most robust, we introduce the difference hypervolume performance indicator ($\overline{I}_H$).

2 Robust Multiobjective portfolio Optimization Problems

Multi-objective optimization, developed by French-Italian economist V. Pareto, is an alternative approach to the portfolio optimization problem. This problem can be treated as a multiobjective optimization problem knowing that investors are interested in minimizing risk and maximizing expected return at the same time. The specific formulation determined by recognizing that the two objectives minimizing portfolio risk and maximizing portfolio expected return are equivalent to minimizing negative portfolio expected return and portfolio risk. To introduce the uncertainty to the problem, we must note that there are three types of approaches for modeling the uncertainty:

1. Deterministic Modeling.
2. Fuzzy Modeling.
3. Probabilistic Modeling.

We opt for the deterministic modeling which consists to define an interval of variation for each uncertain market parameters. we suppose that the expected return vector μ_i and the covariance matrix $\sigma_i j$ may take the form of intervals:

$$U_\mu = \mu : \mu_{\text{inf}} \leq \mu \leq \mu_{\text{sup}}, U_{\sigma_{ii}} = \sigma_{ii} : \sigma_{ii_{\text{inf}}} \leq \sigma_{ii} \leq \sigma_{ii_{\text{sup}}}, \sigma_{ii} \geq 0,$$

where, μ_{inf}, μ_{sup},$\sigma_{ii_{\text{inf}}}$, $\sigma_{ii_{\text{sup}}}$ are the extreme values of the intervals we just mentioned. U_μ and $U_{\sigma_{ii}}$ is the set of uncertainty respectively for μ and σ. The restriction $\sigma_{ii} \geq 0$ indicates that σ_{ii} is a symmetric positive semi-definite matrix which is a necessary property for the uncertain σ_{ii} to be a covariance matrix.

The formulation of the uncertain bi-objective portfolio optimization can be written as:

$$(bi - PO_{Uncertain}) \begin{cases} \max f_1(x) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \mu_i x_i \\ \min f_2(x) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i \quad = \quad 1 \\ x_i \quad \geq \quad 0, \quad i = 1, \ldots, n \end{cases}$$

$\mu_i \in [\underline{\mu}_i, \overline{\mu}_i], \sigma_{ij} \in [\underline{\sigma}_{ij}, \overline{\sigma}_{ij}], i = 1, \ldots, n, j = 1, \ldots, n.$

Above, μ_i, the ith component of the vector μ, denotes the estimated expected return of asset i. The σ_{ij} is the covariance matrix of these returns. Diagonal elements σ_{ii} denote the variance of the return on asset i while off-diagonal elements σ_{ij} denote the covariance between the returns of assets i and j. The components x_i of the variable vector x denote the proportion of the portfolio to be invested in asset i.

3 Solving

The resolution of the problem can be summarized as follows:

1. Model the $bi - PO$ problem (take into account the uncertainty in the market parameters μ_i and σ_{ij}).
2. Apply the worst-case criteria to the bi-PO problem and obtain the $Rbi - PO$ problem.
3. Solve the $Rbi - PO$ by the NSGA-II method.
4. Solve the $Rbi - PO$ by the SPEA-II method.
5. Identify a robust interval which is better worst-case behavior and stability over time. The robust solution varies within this range.
6. To define each method (NSGA-II,SPEA-II) is the most robust, we introduce the Differnce hypervolume performance indicator($\overline{I}_H$).
7. Define the point of reference Z_{ref}. This point must be at least weakly dominated by all solutions from the approximations under consideration.
8. Calculate the volume of air enclosed by the two given points in arguments given by the formula $H = VOL([Z_{ref}; z_1][::: [[Z_{ref}; z_p])$, with z_i is the projection of x_i in the objective space,
9. Calculate the Difference hypervolume $(\bar{I_H})$: the difference between hypervolume obtained by the formula in H and hypervolume of the best approximation of the Pareto frontier A translated.
10. More the value of this indicator $(\bar{I_H})$ is small, robust is the algorithm.

4 Conclusion

Building on recent research in robust optimization, this article presents a novel approach to the multiobjective portfolio optimization problems under data uncertainty. As opposed to the classical approach based on single-objective approach and the inputs are considered as certain and accurate. Robust multiobjective portfolio optimization refers to finding an robust efficient portfolios whose behavior under the worst possible realizations of the uncertain inputs is optimized. The possible expression of the robustness of a solution depends on the formulation we consider. There is no universal test. The measurement of the strength to be used should therefore be selected according to the information available on the uncertainties of the problem as well as robustness properties being sought for effective solutions. As perspectives to our work, we propose to formulate different variants of the problem with other type of uncertain market parameters and others measures of robustness. Moreover, our approach can be applied to other multiobjective quadratic optimization problems with epistemic uncertainty. Another perspective deals with the assessment of algorithm performance to use other performance indicator such as Epsilon and R Indicators.

Références

[1] Dimitris Bertsimas,David B.Brown, Constantine Caramanis. Theory and Application of Robust Optimization. *SIAM Review* , 3: 464-501, 2011.

[2] Klalyanmoy Deb. Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithm. *KanGAL Report*, 2011003: 1-24, February 10, 2012.

[3] H.Markowitz, Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *New York: John Wiley & Sons.*, 1959.

[4] L.Liu Approximate portfolio analysis. *European Journal of Operational Research*, 35-49, 1999.

Vos notes

TOPSIS-Nadir method for Group Decision Makers (GDM): Crisp & Interval data

Zhor Chergui & **Moncef Abbas**

ENST & USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire AMCD & RO.

chergui_zhor@hotmail.fr & abbas_moncef@yahoo.com

Abstract : In this paper, we present some new extensions to TOPSIS-Nadir in Group Decision Makers (GDM) for crisp and interval data. We study, in particular, the behaviour of the past contributions (procedures) when using the Nadir point. Otherwise, through several statistical studies (based mainly on smart random data) we make comparison between the new procedures. The purpose is to show the most effective ones.

Key words : Group Decision Makers, TOPSIS-Nadir, Nadir point, Crisp, Interval data.

MSC(2010) : 90B50

1 Introduction

The multicriteria decision making (MCDM) approach appears as alternative to the classical optimization. It consists in the consideration of several conflicting criteria of different natures. In this approach the analyst tries to generate an answer (one solution or more) to the decision problem, without necessarily turning the whole set of criteria into a single function. Instead of searching an optimum, a compromise solution is defined using various forms : choice, sorting or ranking. We can distinguish between several MCDM methods, to each one its theoretical framework and methodological aspect.

The introduction of the concept of reference points in the ranking procedure of some MCDM Methods dates back to the early seventies. This reflection was quickly implemented by some researchers of this time. In particular, Paul Yoon and Ching Lai Hwang [2] by the proposal of the Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) method which is essentially based on some concepts of mathematical norms and multiobjective programming.

Some years later an improved version of this method, called the revised TOPSIS, was proposed by Deng et al. Indeed, in the TOPSIS method, the normalized decision matrix is weighted by multiplying each column of the matrix by its associated weight. The overall performance of an alternative is then determined by its Euclidean distance from the Ideal point and the Negative ideal point (established from this new matrix). However, this distance is interrelated with the attribute weights, and should be incorporated in the distance measurement. Deng and al. [3] presented the weighted Euclidean distances, rather than creating a weighted decision matrix, in this process, the Ideal solution and the Anti ideal solution are not depended on the weighted decision matrix. Recently, we presented a new method, called TOPSIS-Nadir, based on the alternatives of Pareto optimal area. Its aim is to provide more reliability to the previous versions

of TOPSIS.
The existence of more than one decision maker forms a new approach called Group Decision Makers (GDM). Obviously, the use of the traditional MCDM methods (for one decision maker) can not be efficient, because, reaching the satisfaction of the entire group needs different tools. Several extensions of MCDM methods was presented in literature. In this paper, we are interesting by the extensions procedures proposed by Jahanshahloo et al. [1], Roszkowska [4] and Shih et al. [5] for Crisp and Interval data problems.
We present new extensions to TOPSIS-Nadir in the group decision makers for crisp and interval data. We study, in particular, the behaviour of the past contributions (extensions) when using Nadir point. Otherwise, through statistical studies (based mainly on smart random data) we make comparison between new procedures. The purpose is to show the most effective ones.

Références

[1] H. Deng, CH. Yeh, RJ. comparison using modified TOPSIS with objective weights. *Computers & Operations Research*, 27, 963-973, 2000.

[2] C. L. Hwang, K. Yoon. *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications.* Springer-Verlag, New York, 1981.

[3] G. R. Jahanshahloo , F. H. Lofti , M. Izadikhah. An Algorithmic Method to Extend TOPSIS for Decision Making Problems with Interval Data. *Applied Mathematics and Computation*, 175, pp. 1375-1384, 2006.

[4] E. Roszkowska. Multi-criteria Decision Making Models by applying the TOPSIS method to crisp and interval data. *Multiple Criteria Decision Making*, (6), pp. 200-230, 2011.

[5] H. S. Shih, H. J. Shyur, E. S. Lee. An Extension of TOPSIS for Group Decision Making. *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 45, pp. 801-813, 2007.

Vos notes

Coloring Locally Split Graphs

Hayet Issaadi & Hacène Aït Haddadène

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire LaROMaD.

issaadihayat@yahoo.fr & aithaddadenehacene@yahoo.fr

Abstract : The optimal coloring problem (also called minimum coloring) in graph theory is a combinatorial optimization problem hugely studied because it is a NP complete problem for any graph G. The optimal coloring problem was studied for several graph classes(chordal graph, split graph...), the largest is the class of perfect graphs for which this problem is polynomial [3], but for some generalization of perfect graphs the $\chi(G)$-coloring is still an open problem. In this work we propose a coloring algorithm which uses the technique of precoloring. This algorithm provides an optimal coloring of the locally split graphs.

Key words : Optimal coloring, Precoloring, Locally split graph.

MSC(2010) : 05C15.

1 Introduction

A vertex coloring of a graph G (also called a k-coloring) is a labeling of the graph's vertices with colors such that no two adjacent vertices have the same color. In other words, a k-coloring is a mapping C : $V \to \{1, 2, ..., k\}$ such that $C(u) \neq C(v)$ for every edge uv. Note that each color class is a stable set. The chromatic number $\chi(G)$ is the smallest k such that G admits a k-coloring, when $\chi(G) = k$ a k-coloring is an optimal coloring (also called a minimum coloring) of a graph G.

A k-coloring can be thought of as a partition of the vertices of a graph into a stable sets $S_1, ..., S_k$, a generalization of this concept is the partitioning of the vertex set of a graph G into k stable sets and l cliques, G is called a (k, l) partition graph.

A precoloring extension is a generalization of a coloring problem, it was introduced by Biro and al [1], it can be formulated as follows:

Instance. An integer $k \geq 1$, a graph $G = (V; E)$ with $\mid V \mid \geq k$, a vertex subset $W \subseteq V$, and an optimal coloring of G_W.

Question. Can be extended to an optimal coloring of the entire graph G?

This problem was motivated by practical problems in scheduling and VLSI theory [1]. In our study we use this concept to show that the coloring problem is solved in polynomial time for a locally split graph.

In this paper we have choose graph which possess a certain property locally, a graph has the property P locally if the open neighbourhood of each vertex induces a graph with property P.

Let G = (V, E) be a graph, $|V| = n$ and $|E| = m$, $V' \subset V$ is stable set (denoted S) iff for all $u, v \in V'$ u is not adjacent to v. $V' \subset V$ is a clique (denoted K) iff for all $u, v \in V'$, u is adjacent to v. In a graph $G = (V, E)$, a subgraph induced by $X \subseteq V$ is denoted $G[X]$. For $v \in V$, we denote by $N_G(v)$ the neighborhood of a vertex v in a graph G and by $N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$.

All graphs considered here are finite, undirected, without loops nor multiple edges.

2 Main Results

Let G be a graph with a property P locally i.e. for any vertex v in G, $N_G(v)$ satisfy a property P and let A^* an algorithm which color $N_G(v)$ in polynomial time. We consider the following algorithm:

Algorihm 1

- **Input:** G graph with $|V(G)| = n$.
- **Output:** Optimal coloring of G.

1. Order the vertex set of G in a certain order $v_1, ..., v_n$
2. Color $N_G(v_1)$ with A^*
3. Extend the coloring of $N_G(v_1)$ at $V(G)$.

Question: For which graph class this algorithm is polynomial?

Locally split graph: Let G be a graph with a propriety ($P = split$) locally i.e. for any vertex v in G, $N_G(v)$ is split so $N_G[v]$ is also split, an important characterization of split graph is given by this theorem:

Theorem 1 *[2] Let the degree sequence of a graph G be $d_1 \geq d_2 \geq ... \geq d_n$, and let m be the largest value of i such that $d_i \geq i - 1$. Then G is a split graph if and only if*

$$\sum_{i=1}^{m} d_i = m(m-1) + \sum_{i=m+1}^{n} d_i \tag{1}$$

then the m vertices with the largest degrees form a maximum clique in G, and the remaining vertices constitute an independent set

We reformulate the algorithm 1 as follows:

Algorihm 2

- **Input:** G a locally split graph with $|V(G)| = n$.
- **Output:** Optimal coloring of $V(G)$.

1. Order the vertex set of G $v_1, ..., v_n$ according to their degrees in ascending order
   (a) Split $N_G(v_1)$ using equation (1). Put $W_1 = N_G[v_1]$
   (b) Color W_1 by posing $c(v_1) = 1$
2. For $j = 2, ..., p$, $p < n$ choose $v_j \in V(G) \setminus \bigcup_{i=1}^{j-1} W_i$

(a) Split $N_G(v_j)$ using equation (1). Put $W_j = N_G[v_j]$

(b) Assign to v_j the color 1 and assign to any vertex v of $N_G(v_j)$ color that does not appear in $N_{\bigcup_{i=1}^{j-1} W_i}(v)$

Théorème 4 *Algorithm 2 gives an optimal coloring of any locally split graph in $o(pn^2)$ for $p < n$.*

Consequence of algorithme 2: It is clear that each step of algorithm 2 induces a split subgraph W_i for $1 \leq i \leq p$ then an interesting consequence of algorithm 2 induces a partition of G into (k, l) partition graph for $1 \leq l \leq p$ and $1 \leq k \leq p$.

3 Conclusion and perspectives

In this work we proposed an optimal coloring in polynomial time for the locally split graphs, moreover our algorithm allowed us to obtain a partitioning of the vertices of the graph in k cliques and l stables set. As a logical sequence we will look for other classes of graphs for which our algorithm can be used.

Références

[1] M. Biró and M. Hujter and Z. Tuza Precoloring extension. I. Interval graphs *Discrete Mathematics*, Number: 100, 267-279, 1992.

[2] P. L. Hammer and Simeone The splittance of a graph *Combinatorica*, Number: 1, 275-284, 1981.

[3] M. Grötschel and L. Lovasz and A. Schrijver Polynomial Algorithms for Perfect Graphs *Annal of Discrete Mathematics*, Number: 21, 325-356, 1984.

Vos notes

Méthode de Bazgan et al. pour la résolution du problème de sac à dos multiobjectif en 0/1

Nadia Lachemi & **Djamal Chaabane**

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire AMCD & RO.

nadia0989@hotmail.fr & chaabane_dj@yahoo.fr

Résumé: En optimisation combinatoire multiobjectif, l'objectif majeur est de développer des procédures puissantes pour déterminer l'ensemble efficace (qui consiste en toutes les solutions efficaces) ou bien un sous ensemble de solutions efficaces ce qui est le plus souvent. Dans ce papier on va présenter l'une des méthodes les plus récentes et les plus efficaces en terme de temps de calcul pour la résolution du problème de sac à dos multiobjectif en 0/1. Cette méthode est basée sur la programmation dynamique, l'idée principale de l'approche repose sur l'utilisation de plusieurs relations de dominance complémentaires pour rejeter des solutions partielles qui ne peuvent pas conduire à des solutions efficaces. De cette façon, nous obtenons une méthode efficace qui surperforme les méthodes existantes en termes de temps d'UC et de taille des instances résolues.

Mots clés : Multiobjectif, combinatoire, sac à dos, programmation dynamique.

MSC(2010) : 90C27, 90C39.

Résumé étendu

Bazgan et al. ont récemment présenté une procédure de résolution pour les instances du problème de sac à dos multi-objectif en 0/1. Cette approche est basée sur la programmation dynamique, elle se démarque en particulier sur le filtrage des états. En effet, les auteurs utilisent plusieurs relations de dominance pour filtrer les points potentiellement non dominés durant la résolution.

La première de ces relations se base sur l'observation du fait que lorsque la capacité résiduelle associée à un état est supérieure ou égale à la somme des poids des objets restants, alors la seule façon d'obtenir une solution potentiellement efficace à partir de cet état est d'y ajouter tous ces objets, donc cet état est dominé par les solutions réalisables qu'il génère, cet état peut donc être omis.

La deuxième relation est basée sur la dominance de Parêto. Soit s et s' deux états à une étape de résolution, si la capacité résiduelle à l'état s est supérieure ou égale à la capacité résiduelle à l'état s', alors tous les objets pouvant être sélectionnés à partir de s' peuvent aussi l'être à partir de s. Ainsi, si s domine s' au sens de Parêto, alors l'état s permettra d'obtenir des solutions au moins aussi bonnes qu'à partir de s', ce dernier peut donc être omis pour la suite.

La troisième et dernière relation nécessite de calculer à une étape de résolution pour chaque état s auquel elle est appliquée, une borne supérieure, ainsi que des solutions réalisables avec un poids maximal à partir d'un sous ensemble d'états non dominés au sens de Parêto, ces solutions réalisables sont appelées extensions. S'il existe une extension notée s_n qui domine au sens de Parêto la borne supérieure de l'état s, alors toutes les solutions obtenues à partir de s sont dominées par s_n, qui est une solution réalisable, par conséquent, s peut être supprimé.

Références

[1] C. Bazgan, H. Hugot et D. Vanderpooten. Solving efficiently the 0-1 multi-objective knapsack problem. *European Journal of Operational Research*, 198(1): 47–56, 2009.

Vos notes

Contribution à l'optimisation non linéaire

Salah Eddine Messekher & Mustapha Moulaï

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire LaROMaD.

messekher.se@gmail.com & mustapha_moulai@yahoo.fr

Résumé : La programmation fractionnaire est devenue l'un des outils les plus puissants de l'optimisation. Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à l'étude de quelques méthodes permettant de déterminer la solution optimale d'un problème de programmation fractionnaire linéaire en nombres entiers. Les résultats obtenus après implémentation, ont été très satisfaisants.

Mots clés : Programmation fractionnaire linéaire en nombres entiers

MSC(2010) : 90C26.

1 Introduction

La recherche opérationnelle a un caractère multidisciplinaire par le fait qu'elle a recours non seulement aux mathématiques, mais aussi, se base sur d'autres disciplines comme les statistiques, l'analyse économique et, selon les besoins elle peut encore faire intervenir des connaissances de sciences exactes (physique, chimie) ou de sciences sociales. L'optimisation combinatoire est sans doute une des techniques les plus répandues de la recherche opérationnelle. En général, les problèmes d'optimisation combinatoire sont des problèmes de programmation mathématique, qui consistent à optimiser un objectif soumis à un ensemble de contraintes.
Les programmes fractionnaires consistent à optimiser un objectif mis sous forme d'un rapport de deux fonctions linéaires ou non, soumis à un ensemble de contraintes. Différentes versions de ce modèle, linéaires ou non linéaires, en nombres entiers ou en continu, ont une multitude d'applications que ce soit en optimisation combinatoire, en programmation stochastique, en base de données ou en économie.

2 La programmation fractionnaire linéaire

Nous consacrerons ce chapitre principalement aux problèmes de la programmation fractionnaire linéaire (linear fractional programming, LFP).
En premier lieu, nous définirons la LFP et nous rappèlerons quelques notions de base de la programmation mathématique, nous évoquerons ensuite les domaines d'application de ce type de problèmes.
En second lieu, nous décrirons les principales techniques de résolution des programmes fractionnaires linéaires, qui sont les suivantes:

-la résolution directe, dont nous citons comme exemple la méthode de A. Cambini et L. Martein [1] qui ont donné une version améliorée de la méthode de B. Martos [6] qui, elle même, est basée sur la méthode du simplexe,

-la résolution par équivalence comme la linéarisation de A. Charnes et W.W. Cooper [2] qui ont montré qu'un programme linéaire fractionnaire peut se réduire à un simple programme linéaire,

-une classe riche de méthodes basées sur la résolution paramétrée qui constitue une riche classe d'algorithmes, et dont nous citons comme exemple la méthode de W. Dinkelbach [3], ce dernier a montré que la résolution d'un programme linéaire fractionnaire revient à résoudre un autre programme paramétré.
Nous terminerons ce chapitre par les programmes linéaires fractionnaires en nombres entiers ainsi que quelques résultats fondamentaux utiles à la compréhension de la méthode de résolution de ce genre de problèmes.

3 La programmation fractionnaire linéaire discrète

Nous consacrerons ce chapitre à la formulation et à la résolution mathématiques d'un problèmes de la programmation fractionnaire linéaire en nombres entiers (Integer linear fractional programming, ILFP).

De nombreuses méthodologies exactes ont été proposées pour la résolution des problèmes modélisés sous forme d'ILFP. Dans cette section nous verrons deux méthodes de résolution d'un ILFP.

La résolution par la méthode des coupes, dont nous citons comme exemple la méthode proposé par D. Granot and F. Granot [4], et la résolution résolution par séparation et évaluation progressive

4 Méthode de résolution d'un programme fractionnaire linéaire en nombres entiers

Ce chapitre est réservé à la résolution des programmes fractionnaires linéaire en nombres entiers (integer linear fractional programming ILFP).
Soit le programme fractionnaire linéaire en nombre entier suivant :

$$(P)\begin{cases} MaxZ = c^t x + c_0/d^t x + d_0 \\ x \in S, xentier \end{cases}$$

Où $S = \{x \in R^n / Ax = b, x \geq 0\}$, c_0 et d_0 sont des réels, c, d et x sont des n-vecteurs colonne, A est une m*n-matrice et b est un m-vecteur colonne.
S borné et non vide

En relachant les contraintes d'intégrité le ILFP (P) devient comme suit :

$$(P)\begin{cases} MaxZ = c^t x + c_0/d^t x + d_0 \\ x \in S \end{cases}$$

Transformation du problème:
Nous allons utiliser la transformation de M.B. Hasan et S. Acharjee [5].
Transformation de la fonction objectif:

$Z = \frac{cx\beta+\alpha\beta}{\beta(dx+\beta)} = \frac{cx\beta-dx\alpha+dx\alpha+\alpha\beta}{\beta(dx+\beta)}$

$= (c - d\frac{\alpha}{\beta})\frac{x}{dx+\beta} + \frac{\alpha}{\beta} = py + g$

Où $p = (c - d\frac{\alpha}{\beta})$, $y = \frac{x}{dx+\beta}$ et $g = \frac{\alpha}{\beta}$

$F(y) = py + g$

Transformation des contraintes:

$\frac{\beta(Ax-b)}{\beta(dx+\beta)} \leq 0$

$\Rightarrow \quad \frac{(Ax\beta-b\beta)}{\beta(dx+\beta)} \leq 0$

$\Rightarrow \quad \frac{(Ax\beta+bdx-bdx-b\beta)}{\beta(dx+\beta)} \leq 0$

$\Rightarrow \quad \beta\frac{(A+\frac{b}{\beta}d)x}{\beta(dx+\beta)} - \frac{b(dx+\beta)}{\beta(dx+\beta)} \leq 0$

$\Rightarrow \quad (A + \frac{b}{\beta d)}\frac{x}{dx+\beta} \leq \frac{b}{\beta}$

$Rightarrow \quad Gy \leq h$

Où $A + \frac{b}{\beta}d = G$, $\frac{x}{dx+\beta} = y$ et $\frac{b}{\beta} = h$;
Forme finale du problème:

$$\text{(LP)} \max F(y) = py + g$$
$$\text{Sous les contraintes: } Gy \leq h, y \geq 0.$$

Calcul des variables inconnues:
Depuis le programme linéaire précédent on aura : $y = \frac{x}{dx+\beta}$.
En utilisant la définition on obtient:

$$x = \beta\frac{y}{1-dy}$$

Résolution du problème initial:
Après avoir fait la transformation du problème, on fait appelle à la méthode par séparation et

évaluation.
Le branchement se fait de la manière suivante : $x = \beta\frac{y}{1-dy}$
Choisir un x_i non entier et on ajoute les contraintes suivant:
$x_i \geq [b_i] + 1$ et $x_i \leq [b_i]$

- Première contrainte: $x_i \geq [b_i] + 1$
$\frac{x_i}{dx+\beta} \geq \frac{([b_i]+1)}{dx+\beta}$

$\Rightarrow \quad y_i \geq \frac{([b_i]+1)*(1-dy)}{\beta}.$

Après développement, Ceci donne: $y_i + \frac{([b_i]+1)}{\beta}dy \geq h_i$, Où $h_i = \frac{([b_i]+1)}{\beta}$.

- Deusième contrainte: $x_i \leq [b_i]$
$\frac{x_i}{dx+\beta} \leq \frac{([b_i])}{dx+\beta}$

$\Rightarrow \quad y_i \leq \frac{([b_i])*(1-dy)}{\beta}.$

Après développement, Ceci donne: $y_i + \frac{([b_i])}{\beta}dy \leq h_i$, Où $h_i = \frac{([b_i])}{\beta}$.

L'évaluation de $Z(x)$ est celle de $F(y)$.

5 Conclusion

Dans ce travail nous avons élaborés une nouvelle technique de résolution d'un problème ILFP utilisant dans un premier temps la transformation de Hasan et Acharjee [5] afin de linéariser le problème, dans un second temps et pour résoudre efficacement le problème simplifié nous utilisons la méthode "Branch and Bound" dotée du calcul de pénalité dans le but d'accélérer le processus de résolution. Vu la qualité résultats obtenus et afin de mieux exploiter cette nouvelle technique de résolution, nous proposerons une méthode de génération de toutes les solutions efficaces d'un problème linéaire fractionnaire en nombres entiers à objectif multiples dans la seconde partie de ce travail.

Références

[1] A. Cambini and L. Martein *A modified version of Martos' Algorithm. Method of operation research*, 53 : 33-44, 1986.

[2] A. Charnes and W.W. Cooper *Programming with linear fractional functionals. Naval Research Logistics Quarterly*, 9 : 181-186, 1962.

[3] W. Dinkelbach *On nonlinear fractional programming. Management Science*, 13 : 492-498, 1967.

[4] D. Granot and F. Granot *On integer and mixed integerfractional programming problems. nn. Discrete Math*, 1 : 221-231 , 1977.

[5] M.B. Hasan and S. Acharjee *Solving LFP by converting it into a single LP. International Journal of Operations Research*, 3 : 1-14 , 2011.

[6] B. Martos *Hyperbolic programming. Naval Research Logistics Quarterly*, 11 : 135-155, 1964.

Vos notes

New approach to spectral subtraction method for optimization of speech signal enhancement

Saïd Ouznadji & **Djamal Chaabane**

USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire AMCD & RO.

ouznadji.said@yahoo.fr & chaabane_dj@yahoo.fr

Abstract : We propose in this paper a new approach to the spectral subtraction method to optimize speech signal enhancement. The aim is to obtain an optimal denoising based on the conventional spectral subtraction, in this case the one advocated by Boll, and to insert in the algorithm for the processing of the speech signal before windowing a Stockwell Transform instead of the Fourier transform. Apply the optimization criteria and make a qualitative comparative study by referring to the assessment tools in this area such as Signal to Noise, MOS, PESQ, ...

Key words : Processing, speech signal, denoising, enhancement, Fourier transform, Stockwell transform.

MSC(2010) :

Vos notes

Sur les codes identifiants dans les tournois

Hillal Touati & **Ahmed Semri**

U-Bordj Bou Arreridj & USTHB, Fac. Mathématiques, Laboratoire LaROMaD.

touatih@gmail.com & ahmedsemri@yahoo.fr

Résumé : Les codes identifiants est une variante plus forte que les codes localisateur-dominateur, elle a été introduite pour modéliser le problème de localisation de défaillances dans un réseau de multiprocesseur. Nombreux sont les travaux ayant étudié cette notion sur différentes classes de graphes, et l'intérêt ne cesse d'accroître. Dans notre travail, on s'intéresse à la classe des graphes orienté, en particulier les tournois. Nous avons obtenu des codes optimaux pour certains tournois, et la question d'existence nous pensons l'avoir résolue.

Mots clés : graphes, code identifiant, code localisateur-dominateur

MSC(2010) : 05C69,05C76.

1 Introduction

Les codes identifiants constitue une variante "plus forte" que les codes localisateur-dominateur qui est une notion bien antérieure est très bien documentée. Actuellement, on dénombre plus d'une centaine de travaux ayant toucher à de nombreuse classes de graphes. Cette notion de codes identifiants a été introduite pour la première fois dans le travail original de Karpovsky et al [1], où ils modélisent la détection et la localisation de panne dans un réseau de multiprocesseurs. où une panne peut survenir sur l'un des processeurs du réseau, cette dernière sera localisée par un ou des voisins sur lesquelles on a placé des routines détectant des défaillances.
Ce réseau, peut être modéliser sous forme de graphe non orienté, où les sommets sont les processeurs et les arêtes représentent les interconnexions entre processeurs. Un code identifiant représente, par définition, un sous-ensemble de sommets de sorte que chaque sommet du graphe possède un voisinage unique et non vide dans ce sous-ensemble. La problématique (qui appartienne à la classe des problèmes NP-Difficiles) est de chercher un code identifiant, s'il existe, de cardinalité minimum.

Par ailleurs, des généralisations et quelques variantes de cette notion ont vue le jours, nous citons entre autres: les codes (r,$\leq r$)-identifiants, Les codes identifiants robustes, coloration identifiante ...
Notre travail se focalise essentiellement sur les graphes orientés. Un travail déjà présenté porte sur les chemins et les circuits [3]. Nous travaillons actuellement sur les tournois qui une classe de graphes orientés ayant une littérature très abondantes [2]. Des résultats ont été obtenus notamment concernant des cardinalités minimum dans certains types de tournois. En outre, la question d'existence de code r-identifiants a été traitée.

2 Quelques notations et définitions

Avant de donner les résultats auxquels nous avons aboutis, quelques notations sont nécessaires. Pour commencer, nous donnons celles relatives aux tournois et à la problématique.
Dans la suite, nous appelons un n-tournoi, tout tournoi d'ordre n. On notera le degré d'un sommet v, $deg(v) = deg^+(v) + deg^-(v)$, où $deg^+(v)$ (resp. $deg^-(v)$) est le nombre d'arc sortant (resp. entrant) de v. On peut déduire que $deg^+(v) = |\Gamma^+(v)|$ où $\Gamma^+(v)$ est l'ensemble des successeurs de v.

Définition 1 *Un n-tournoi, noté $T_n = (V, A)$, est une orientation du graphe complet. En d'autre termes, pour tout couple de sommets u, v, soit $uv \in A$, soit $vu \in A$, mais pas les deux au même temps.*

Il existe plusieurs types de tournois, nous ne définirons que ceux ayant trait à notre travail. Parmi ceux-ci nous avons:

Définition 2 (Tournoi transitif) *Un n-tournoi, est dit transitif, alors $\forall\, u, v, w \in V(T_n)$, si $uv \in A(T_n)$ et $vw \in A(T_n) \Rightarrow\ uw \in A$*

Définition 3 (Tournoi localement transitif) *Un tournoi est dit localement transitif si pour tout sommet $v \in V$, on a les sous-tournois induits par les ensembles $\Gamma^-(v)$ et $\Gamma^+(v)$ qui sont transitifs.*

Définition 4 (Tournoi régulier) *On appelle tournoi régulier celui pour lequel $deg^+(v) = k,\ \forall\ v \in V$.*

Définition 5 (Tournoi quasi-régulier) *On appelle tournoi quasi-régulier si* $\max\{|deg^+(v) - deg^-(v)|\} = 1,\ \forall\ v \in V$.

On appelle code identifiant tout sous-ensemble de sommets tel que chaque sommet du graphe a un voisinage unique non vide dans ce dernier. De manière formelle:

Définition 6 (code identifiant) *On dit qu'un code $C \subseteq V$ est identifiant si:*

1. $\forall\ v \in V, \Gamma^-(v) \cap C \neq \emptyset$,
2. $\Gamma^-(v) \cap C \neq \Gamma^-(v) \cap C$, *pour tout* $u, v \in V, u \neq v$.

l'ensemble $I^-(v) = \Gamma^-(v) \cap C$ sera appelé ensemble identifiant le sommet v. Le problème est la recherche un code identifiant de cardinalité minimum s'il existe, qu'on notera id, nous savons qu'il appartient à la classe des problèmes NP-difficiles.
Nous parlerons de code r-identifiant qui est une généralisation de code identifiant, c'est-à-dire qu'au lieu de considérer le voisinage d'un sommet tel que connu, nous considérant le voisinage à distance au plus r. Dans ce cas dans la définition il suffit de remplacer $\Gamma^-(v)$ par $\Gamma_r^-(v)$ désignant l'ensemble des prédécesseurs ayant v à distance r.

3 Principaux résultats

Dans notre travail, nous avons essayer de traiter la question de recherche de code identifiant de cardinalité minimum dans les tournois. Nous avons pu déterminer des cardinalité minimum pour certains, on a aussi étudié un cas plus général, c'est-à-dire, les codes r-identifiants, où nous avons montré que ces codes ne peuvent exister que dans le cas des tournois transitifs.
Le résultat suivant concerne la question d'existence de code r-identifiant.

Theorem 2 *Soit T un tournoi admettant un code r-idnetifiant avec $r \geq 2$, alors T est forcément transitif.*

Les résultats qui suivent, nous donne la cardinalité minimum dans certains tournois.

Proposition 5 *Pour tout tournoi transitif T_n, on a $id(T) = n$*

En ce qui concerne ces tournois, nous avons étudié le cas d'ajout de sommet pour un graphe transitif et l'inversion d'un arc.

Proposition 6 *Soit T_n tournoi régulier et localement transitif. Alors $id(T) = \frac{n+1}{2}$.*

Proposition 7 *Si T_n est un tournoi quasi-régulier, et localement transitif alors $\gamma^{ID}(T_n) = \frac{n}{2}+1$.*

4 Conclusion

Dans notre travail, nous pensons avoir résolu le problème d'existence de code r-identifiant. De plus, nous avons pu déterminer la cardinalité minimum pour quelques type de tournoi.

Références

[1] M. G. Karpovsky, K. Chakrabarty, L. Levitin, *On a new class of codes for covering vertices in graphs*, IEEE Transactions in Information Theory (1998).

[2] J. L. Gross, J. Yellen, P. Zhang, *Handbook of Graph Theory (Second Edition)*, CRC Press LLC, 2004.

[3] A. Semri, H. Touati, Optimal Identifying Codes in Oriented Paths and Circuits, *Proceedings of the 2013 International Conference on Applied Mathematics and Computational Methods*, 123-128, 2013.

Vos notes